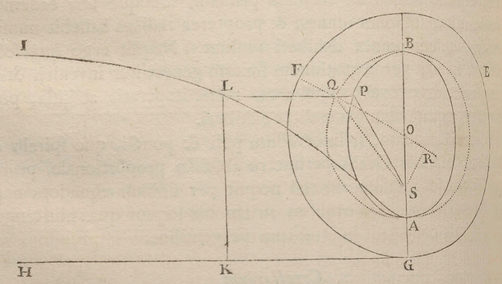
De Motu Corporum

rum puncta omnia per longitudines æquationibus definitas, id est, per longitudinum rationes complicatas, determinari possunt; cæteraque (ut spirales, quadratrices, trochoides) geometrice irrationales. Nam longitudines quæ sunt vel non sunt ut numerus ad numerum (quemadmodum in decimo elementorum) sunt arithmetice rationales vel irrationales. Aream igitur ellipseos tempori proportionalem abscindo per curvam geometrice irrationalem ut sequitur.

PROPOSITIO XXXI. PROBLEMA XXIII.

Corporis in data trajectoria elliptica moti invenire locum ad tempus assignatum.

Ellipseos APB sit A vertex principalis, S umbilicus, & O centrum, sitque P corporis locus inveniendus. Produc OA ad G, ut sit OG ad OA ut OA ad OS. Erige perpendiculum GH, centroque O & intervallo OG describe circulum GEF, & super regula GH, ceu fundo, progrediatur rota GEF revolvendo circa axem suum, & interea puncto suo A describendo trochoidem ALI. Quo facto, cape GK in ratione ad rotæ perimetrum $GEFG$, ut



est tempus, quo corpus progrediendo ab A describsit arcum AP, ad tempus revolutionis unius in ellipsi. Erigatur perpendiculum KL occurrens trochoidi in L, & acta LP ipsi KG parallela occurret ellipsi in corporis loco quæsito P.

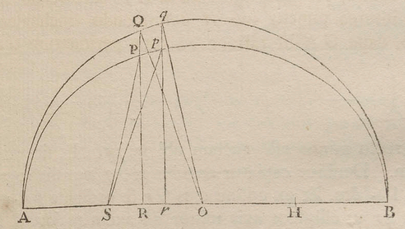
Nam

Liber Primus.

Nam centro O, intervallo OA describatur semicirculus AQB, & arcui AQ occurrat LP si opus est producta in Q, junganturque SQ, OQ. Arcui EFG occurrat OQ in F, & in eandem OQ demittatur perpendiculum SR. Area APS est ut area AQS, id est, ut differentia inter sectorem OQA & triangulum OQS, sive ut differentia rectangulorum $\frac{1}{2}OQ \times AQ$ & $\frac{1}{2}OQ \times SR$, hoc est, ob datam $\frac{1}{2}OQ$, ut differentia inter arcum AQ & rectam SR, ideoque (cum eædem sint datæ rationes SR ad sinum arcus AQ, OS ad OA, OA ad OG, AQ ad GF, & divisim $AQ - SR$ ad GF — sinu arcus AQ) ut GK differentia inter arcum GF & sinum arcus AQ. Q.E.D.

Scholium.

Cæterum, cum difficilis sit hujus curvæ descriptio, præstat solutionem vero proximam adhibere. Inveniatur tum angulus quidam B, qui sit ad angulum graduum 57.29578, quem arcus radio æqualis subtendit, ut est umbilicorum distantia SH ad ellipseos diametrum AB; tum etiam longitudo quædam L, quæ sit ad radium in eadem



ratione inverse. Quibus semel inventis, problema deinceps confit per sequentem analysin. Per constructionem quamvis, vel utcunque conjecturam faciendo, cognoscatur corporis locus P proximus vero ejus loco p. Demissaque ad axem ellipseos ordinatim applicata PR, ex proportione diametrorum ellipseos, dabitur circuli circumscripti AQB ordinatim applicata RQ, quæ sinus est anguli AOQ, existente AO radio, quæque ellipsin secat in P. Sufficit angulum illum rudi calculo in numeris proximis invenire. Cognoscatur etiam angulus tempori proportionalis, id est, qui sit ad quatuor rectos, ut est

tempus,